**Наталя Даль**

**(Ірпінь, Україна)**

**ВИКОРИСТАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ У РІЗНИХ ГАЛУЗЯХ НАУКИ**

Як і сама математика, диференціальні рівняння стали широко використовуватися не лише в математиці, але і в багатьох інших науках. Отож,

наскільки важливими є диференціальні рівняння і як часто ми їх зустрічаємо в

реальному житті? Можливо, для декого це буде не очікувано, але насправді диференціальні рівняння відіграють величезну роль у нашому житті, і це стосується не тільки математиків, фізиків, але й людей, які зовсім не пов’язані з

наукою. Їхню значущість можна оцінити з можливості математично описати

або моделювати реальні життєві ситуації.

Диференціальні рівняння та методи їх дослідження широко використовуються в різноманітних галузях сучасної науки і техніки. Тому теорія диференціальних рівнянь посідає чільне місце в системі підготовки спеціалістів із механіки, фізики, електроніки, хімії, матеріалознавства, біології, економіки, машинобудування.

**Диференціальні рівняння в економіці.**

З метою дослідження тих чи інших економічних явищ і узагальнення висновків необхідно вміти правильно використовувати математичні методи і моделі. Використання математики в економіці допомагає виділити і описати за допомогою формул найбільш важливі зв’язки між економічними змінними та об’єктами. Головною метою розробки та дослідження рівняння закону попиту і пропозиції є з’ясування, послідовне обґрунтування основних, найсуттєвіших показників виробництва, а також складання математичної моделі на основі проведених досліджень.

Попит та пропозиція – економічна модель, що описує процес ціноутворення на ринку. Ця модель вводить поняття попиту та пропозиції в якості універсальних характеристик ринку та доводить, що, за умовами певних припущень, ці характеристики урівноважуються та приводять до встановлення певної ціни на даний товар. При цьому попит – представлена на ринку потреба в товарах, а пропозиція – кількість товару, який є на ринку або може бути доставлений на нього. Висновок моделі про урівноваження відповідає поведінці великого числа ринків та вважається важливим економічним законом.

Закон попиту і пропозиції – закон, що виражає взаємозалежність між кількістю товарів і послуг, які хоче купити або отримати споживач, і обсягом товарів і послуг, які пропонує виробник. Особливості дії закону попиту і пропозиції залежать передусім від рівня цін: чим вищі ціни, тим менше буде реалізовано товарів та послуг, і навпаки.

Попит і пропозиція – економічні категорії товарного виробництва. Попит – представлена на ринку потреба в товарах, пропозиція – продукт, який є на ринку чи може бути доставлений на нього.

Розглянемо таку задачу. Нехай протягом певного часу фермер продає на ринку овочі після збирання з тижневими перервами. Тоді у нього (при відповідних запасах овочів) тижнева пропозиція залежатиме від очікуваної ціни на наступному тижні, а також і від передбачуваної ціни наступного тижня.

Якщо передбачається, що ціна знизиться, а потім зросте, то пропозиція буде стримуватися за умови перевищення очікуваного підвищення цін над витратами зберігання.

При цьому пропозиції товару найближчого тижня тим менші, чим більшим очікується підвищення цін. І навпаки, якщо ціна буде високою, а потім очікується її спад, то пропозиція збільшиться, чим більше очікується зниження цін в подальшому.

Нехай  – ціна на овочі,  – тенденція формування ціни. Попит і пропозиція будуть функціями введених величин . Проаналізувавши практику, встановлюємо, що залежно від різних факторів ці функції можуть бути різними. Часто попит  і пропозиція  задаються лінійними залежностями, наприклад:



залежностями. Для того, щоб попит відповідав пропозиції, необхідно 

.

Звідки



Припустимо, що в момент  1кг фруктів коштував 1 грн.

Тоді ,**.**

Отже,.

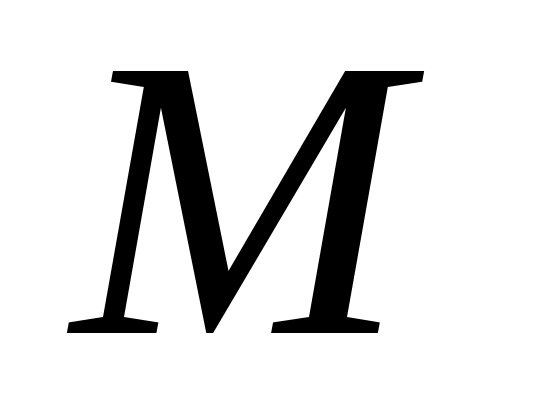
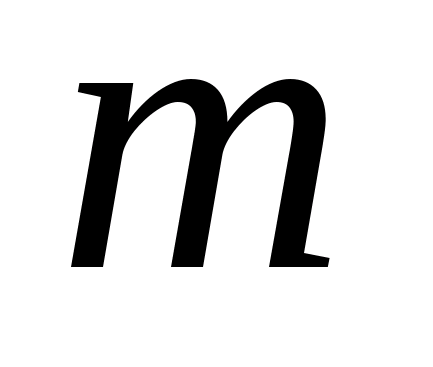
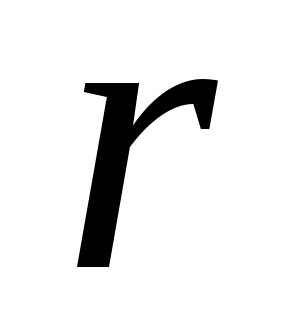
Це закон зміни ціни, який передбачає збереження рівноваги між попитом і пропозицією .

Рівновага і співвідношення між попитом і пропозицією – своєрідний індикатор збалансованого та пропорційного розвитку суспільного виробництва, обміну й розподілу праці у сфері матеріального та нематеріального виробництва, безперервності процесу суспільного відтворення матеріальних і духовних благ.

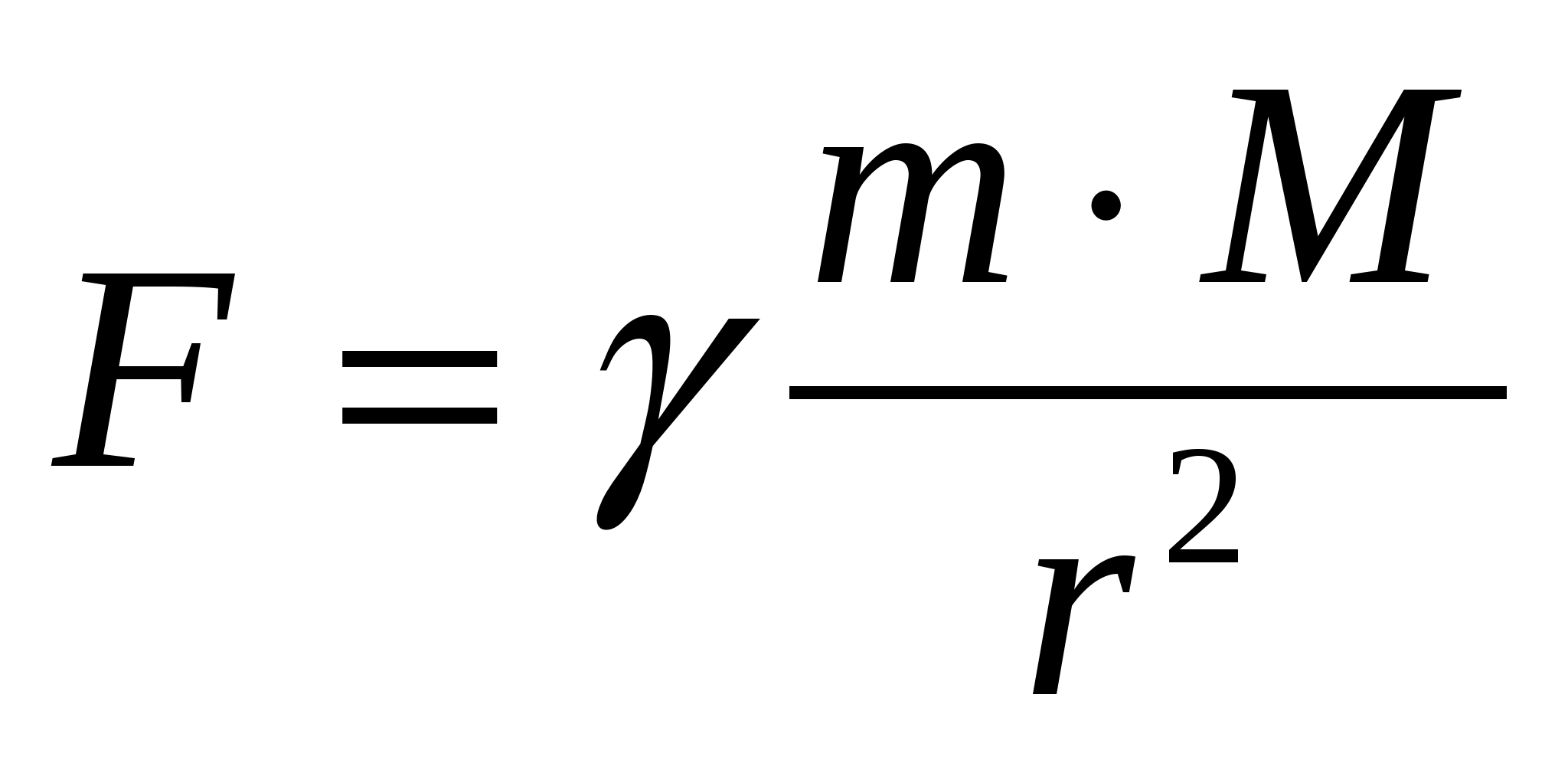
**Диференціальні рівняння у фізиці**

**Закони Кеплера руху планет**

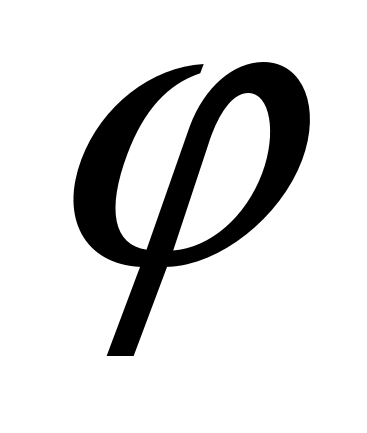
Згідно з законом всесвітнього тяжіння два тіла, які знаходяться на віддалі  одне від одного і які мають маси  і притягаються з силою



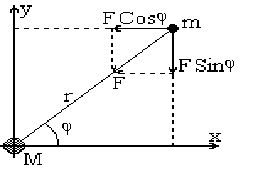
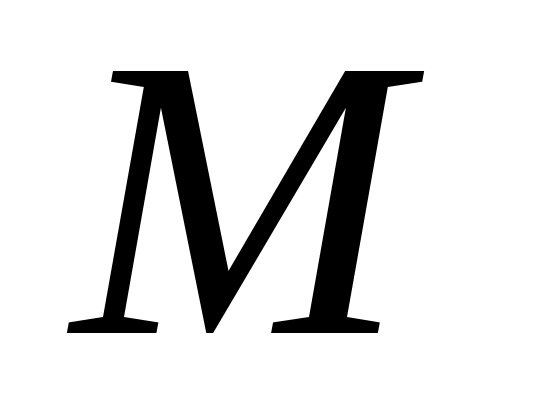
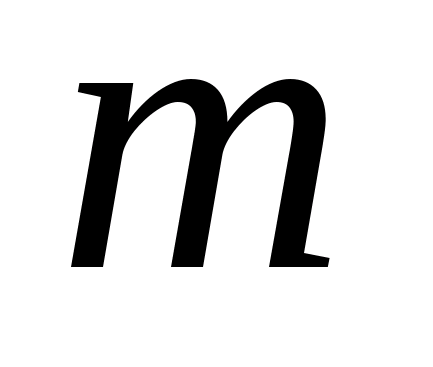
 (1.1)



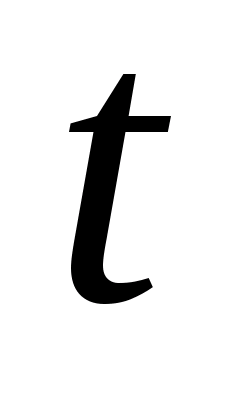
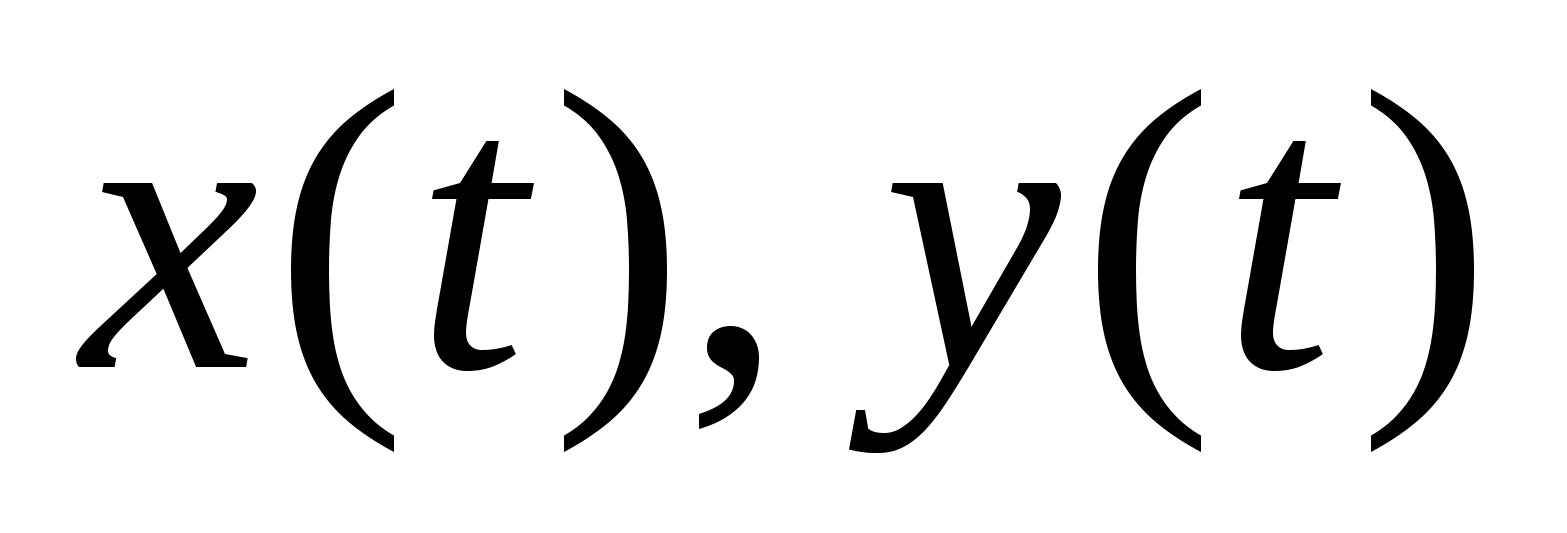
де - константа тяжіння.



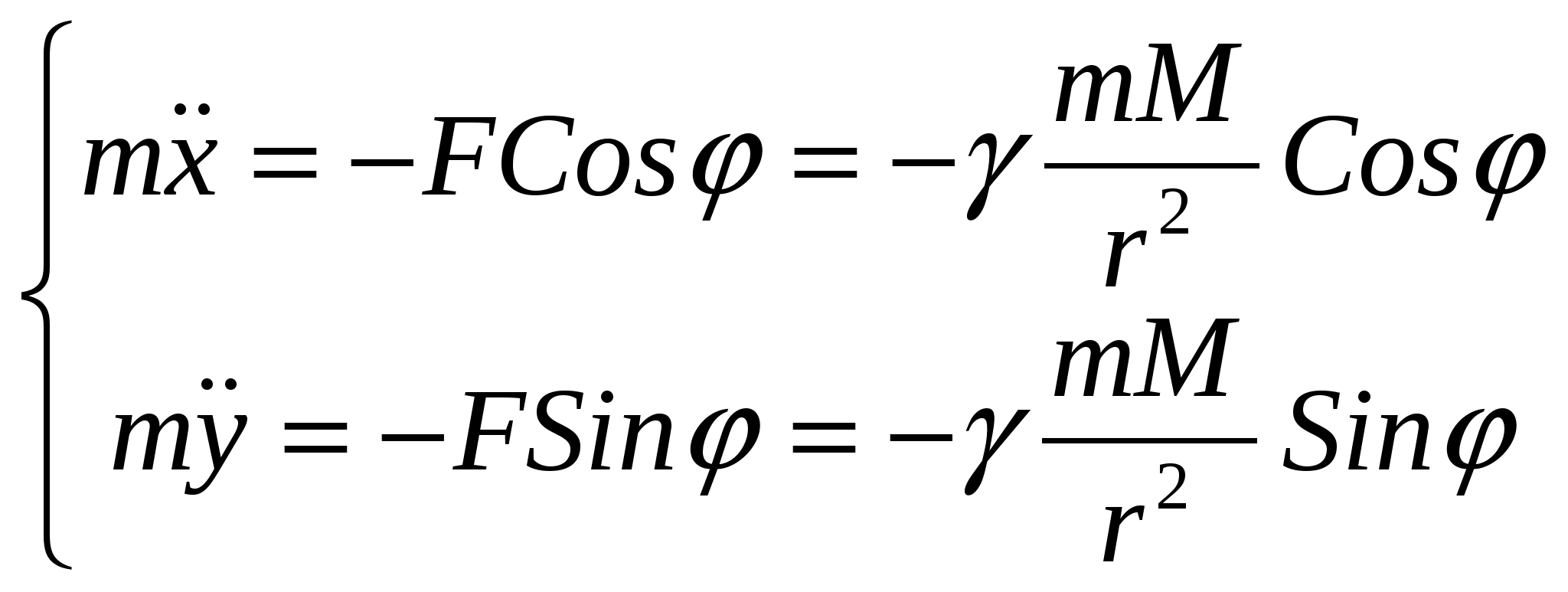
Опишемо рух планети з масою  навколо Сонця маси . Вплив інших планет на них не будемо враховувати.



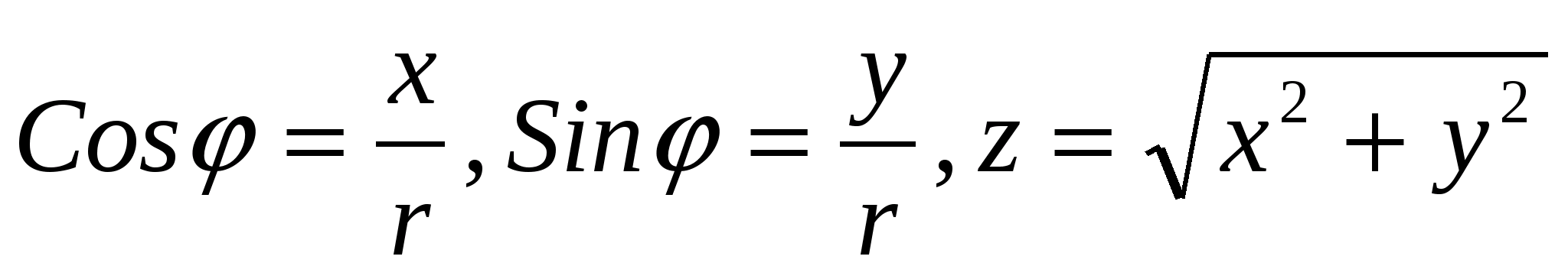
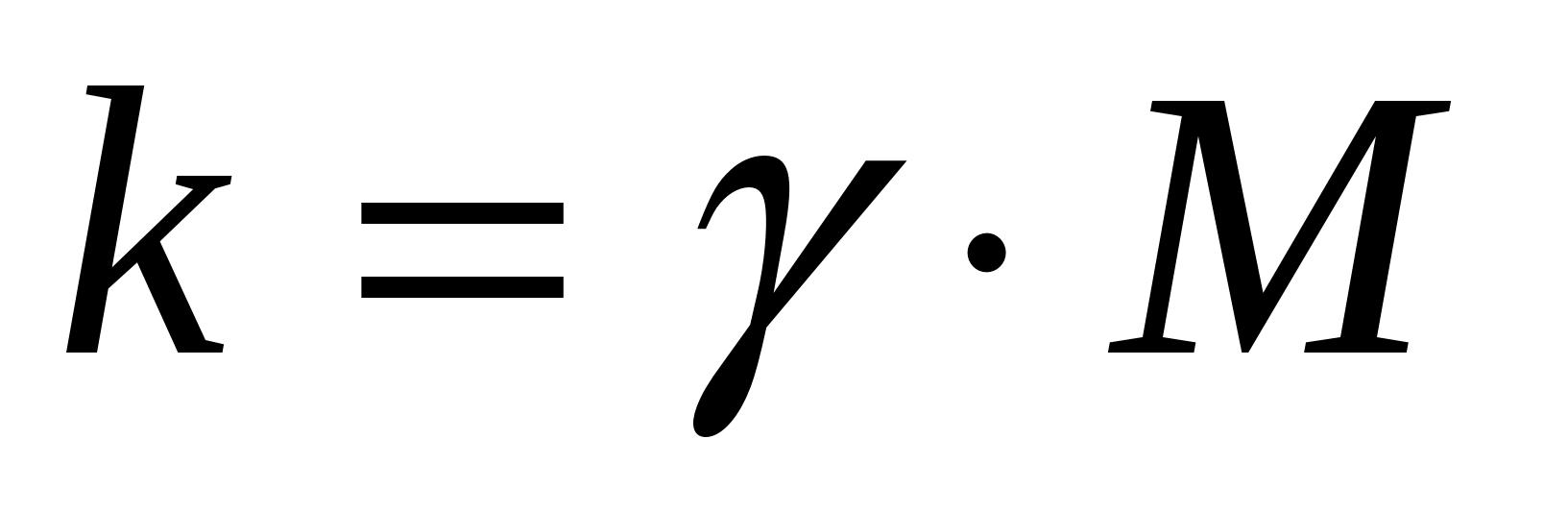
Сонце знаходиться в початку координат, а планета має положення  в момент часу . Використавши другий закон Ньютона, маємо:



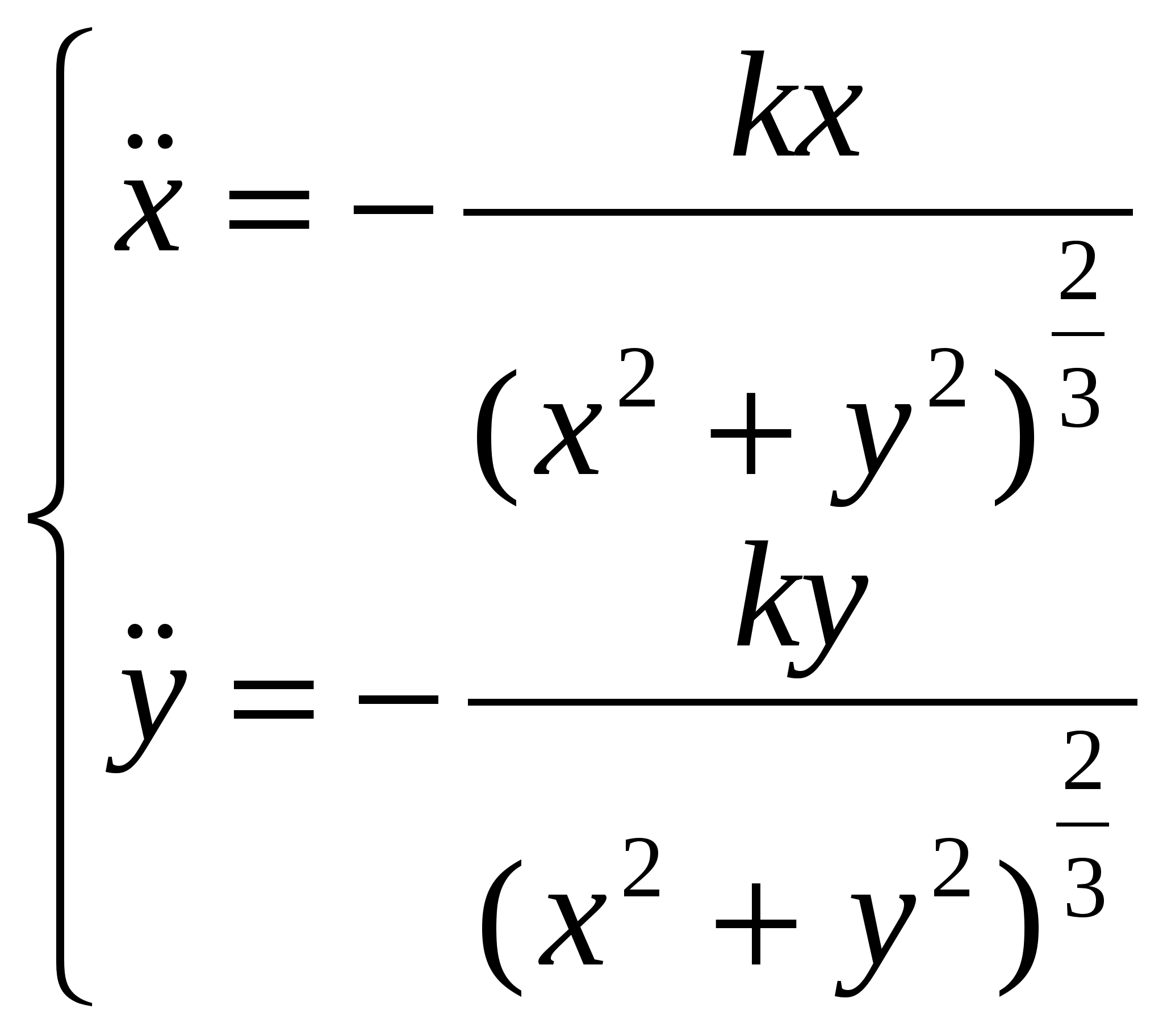
 (1.2)



Позначимо , прийдемо до системи

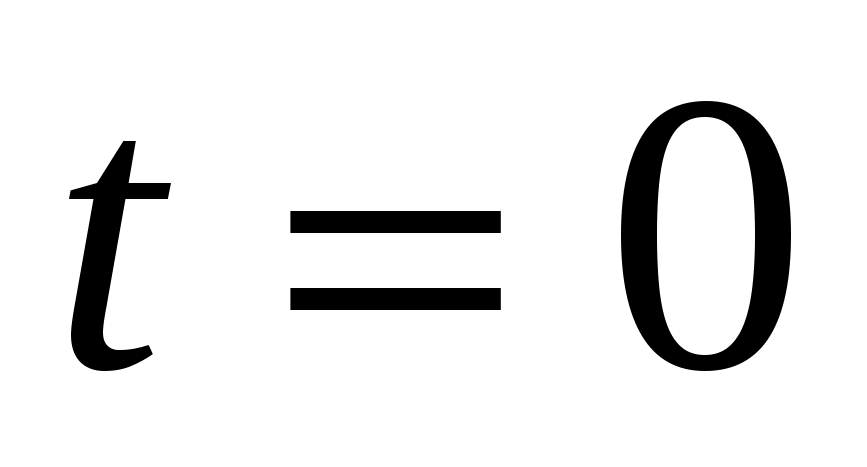
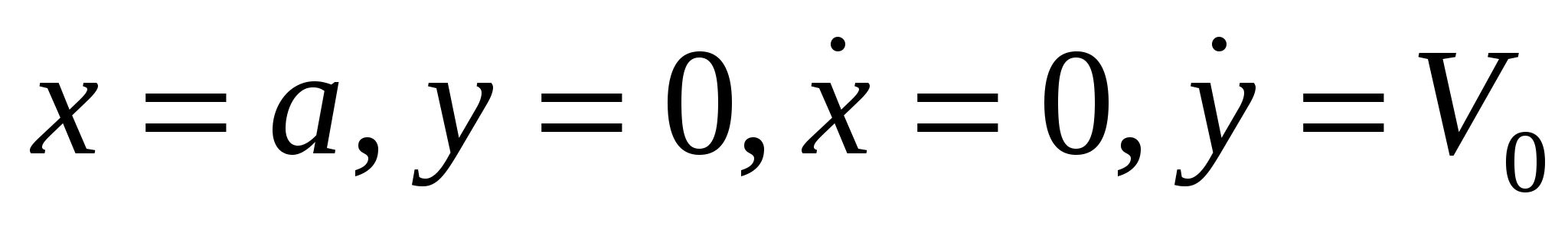


 (1.3)

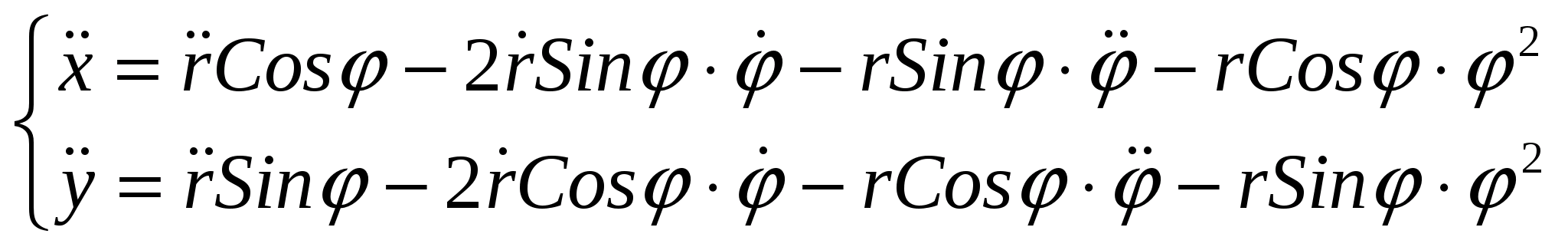
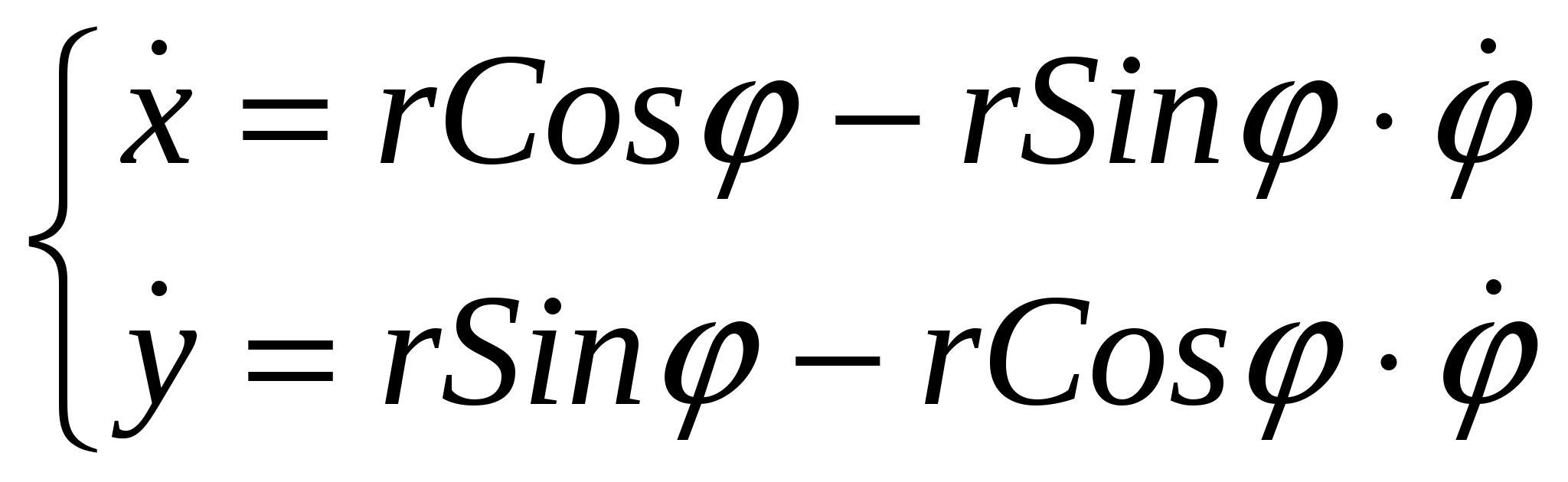
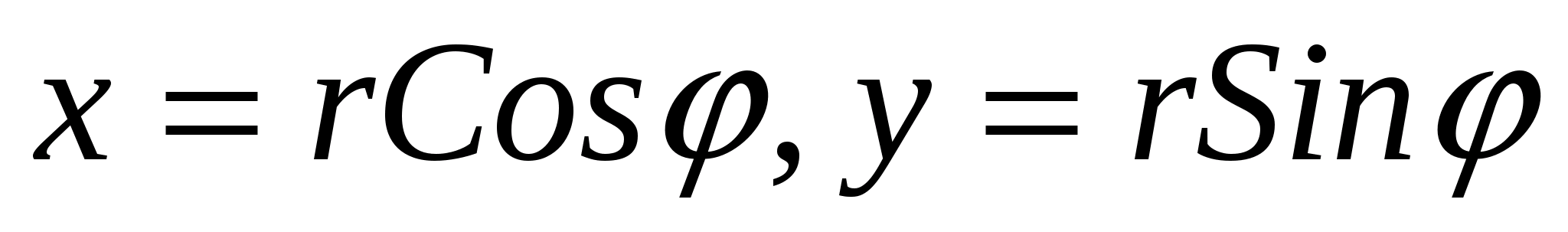


Без обмеження загальності візьмемо початкові умови:

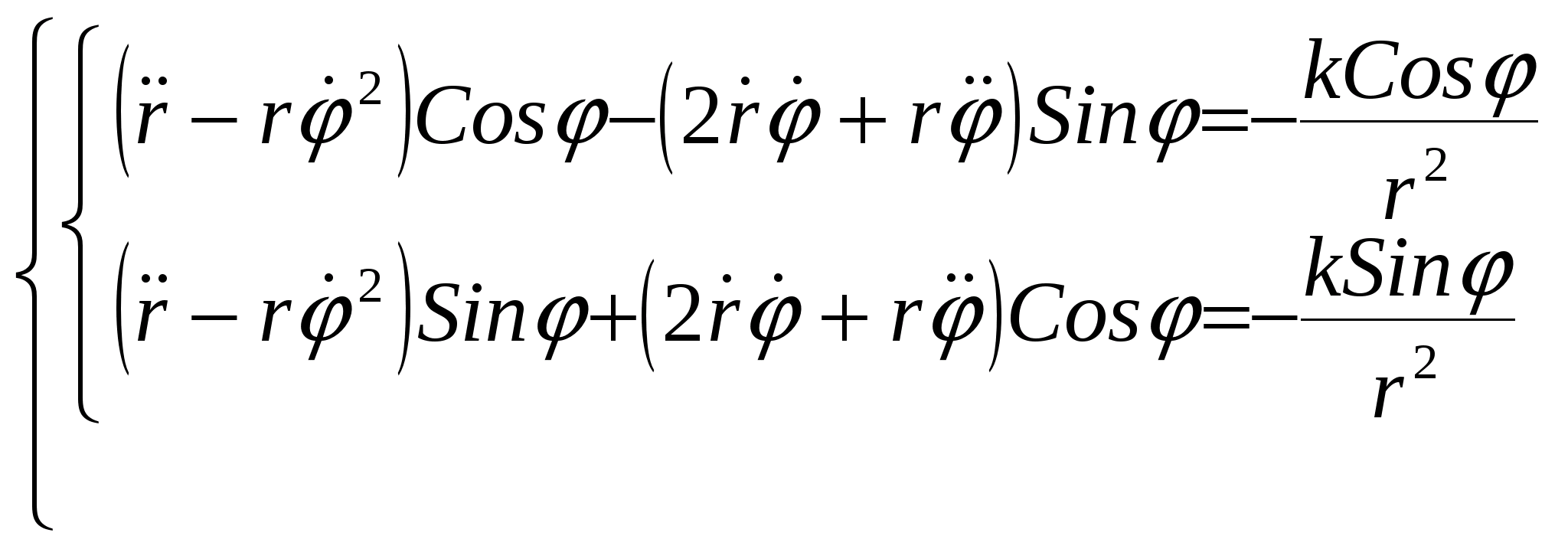
 при  (1.4)



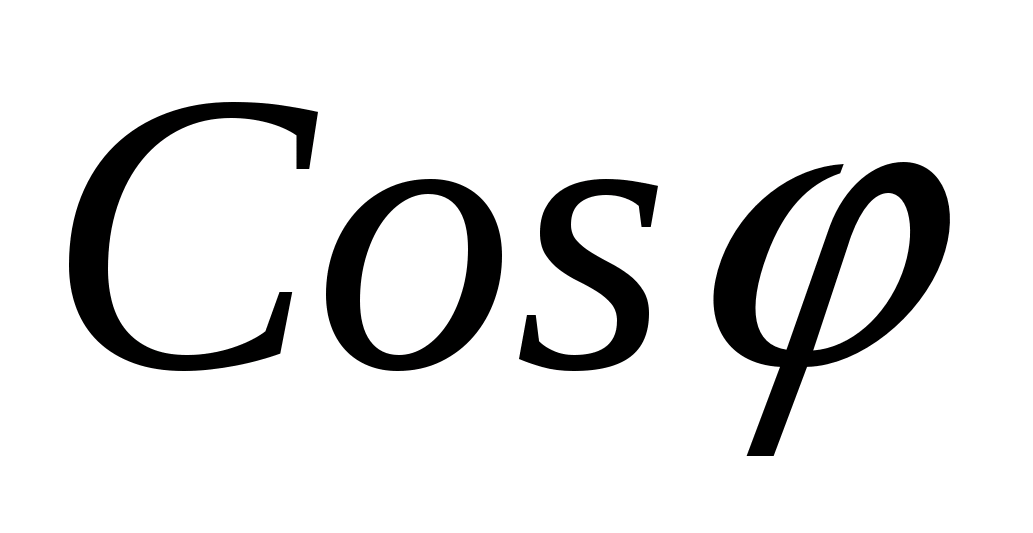
Перейдемо до полярних координат:



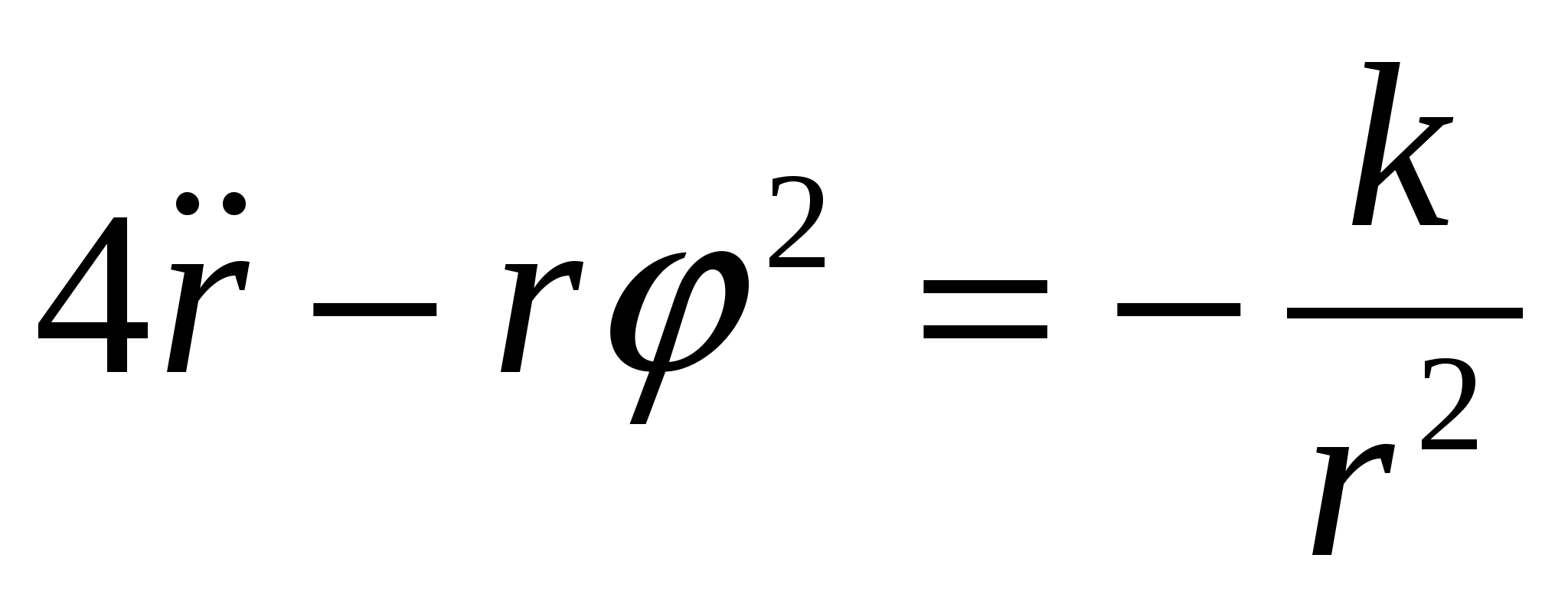
Позначивши отримані вирази в (1.3) будемо мати



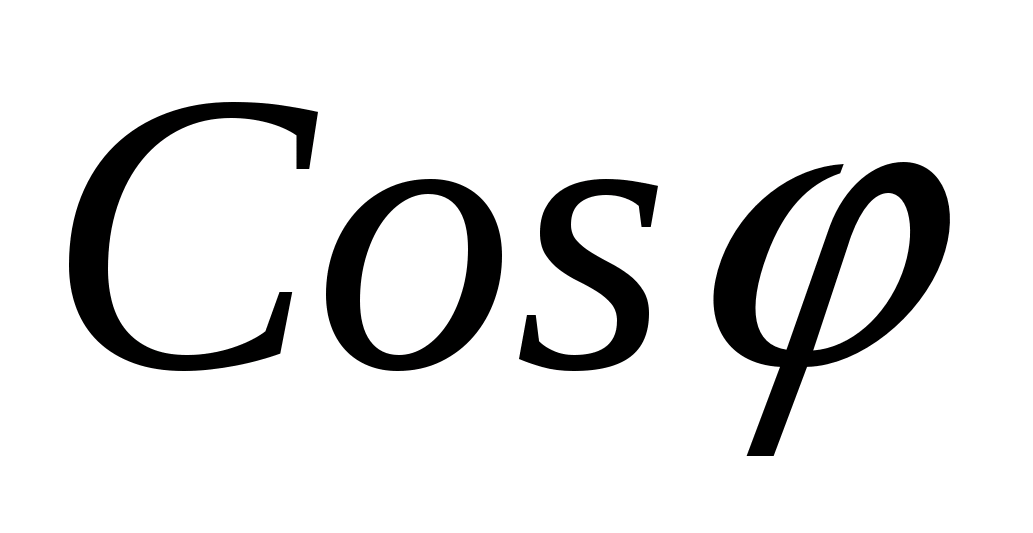
Помножимо перше рівняння на ,друге на і складемо:



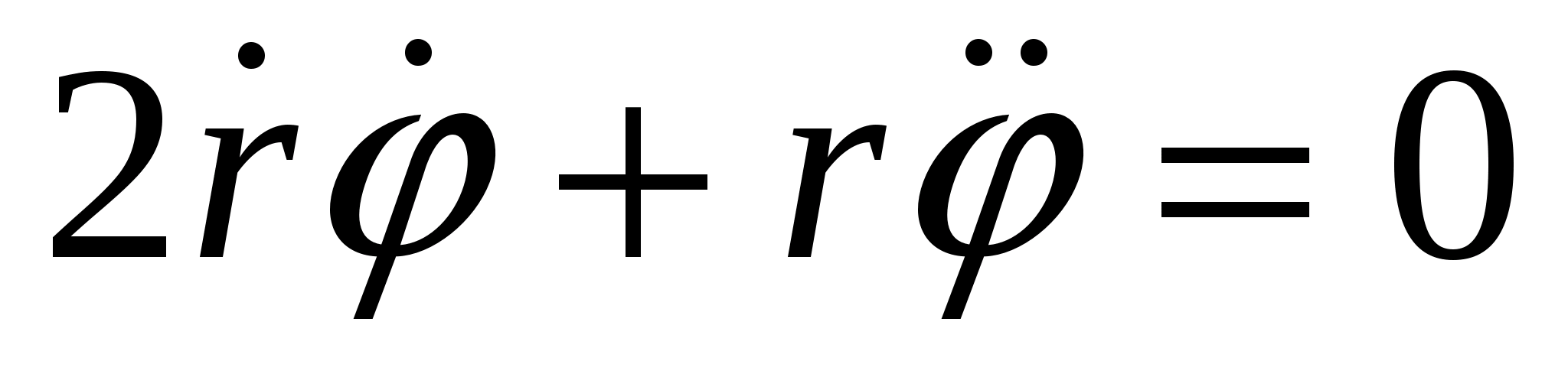
 (1.5)



* До множимо перше рівняння на ,друге на і складемо:



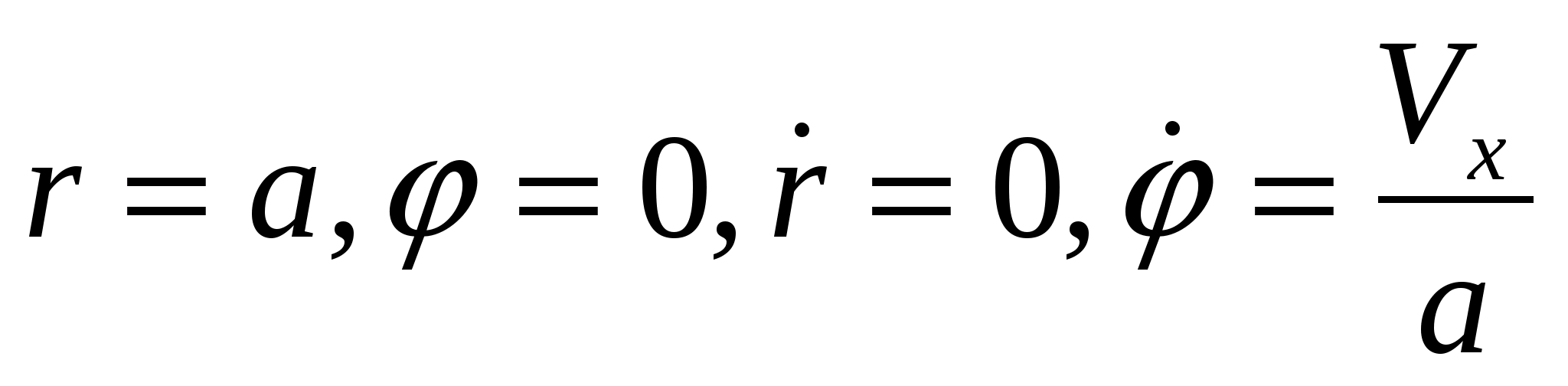
* (1.6)



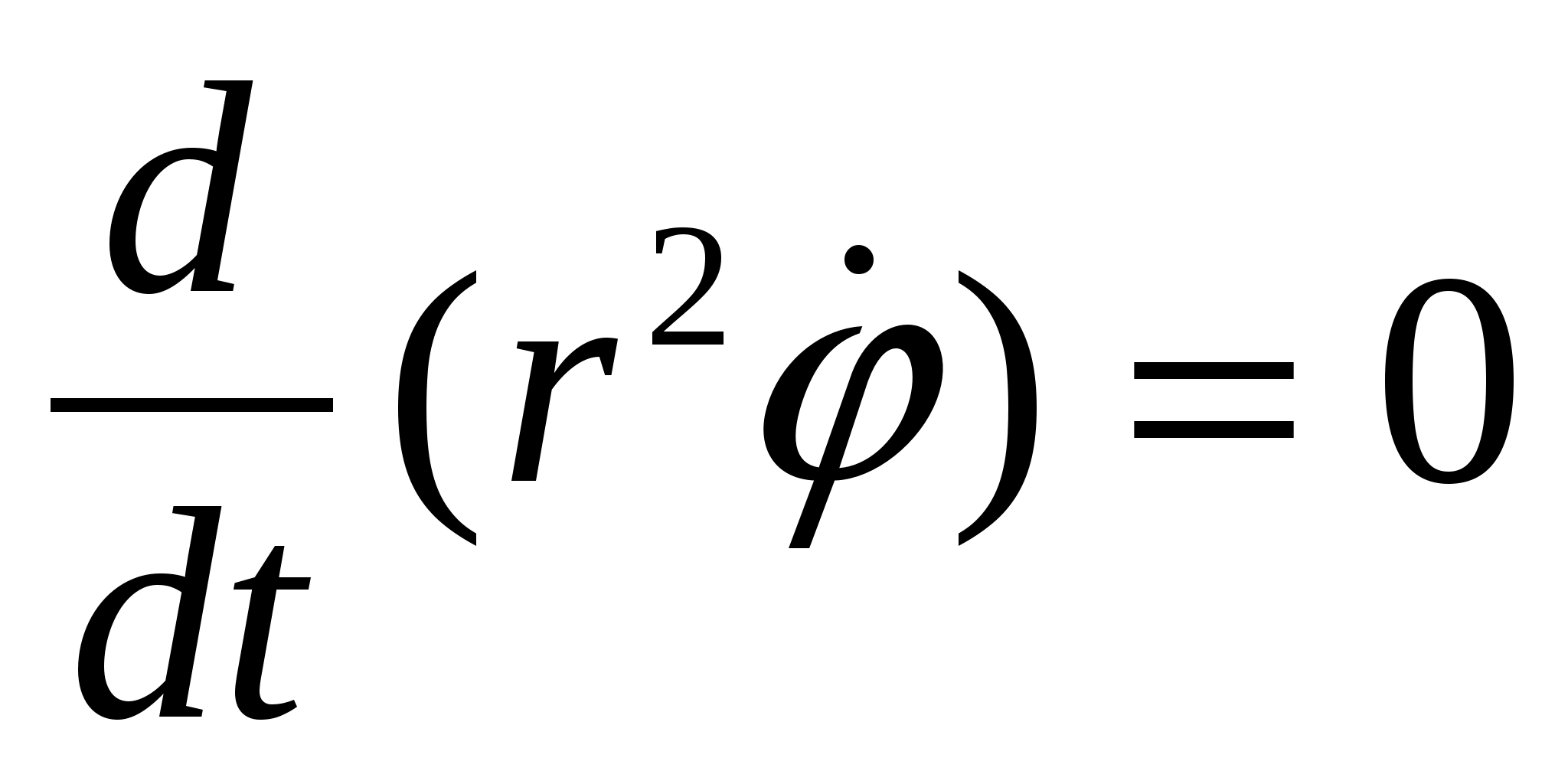
Перепишемо в нових змінних умови (1.4):

Рівняння (1.13) перепишемо у вигляді

 (1.7)

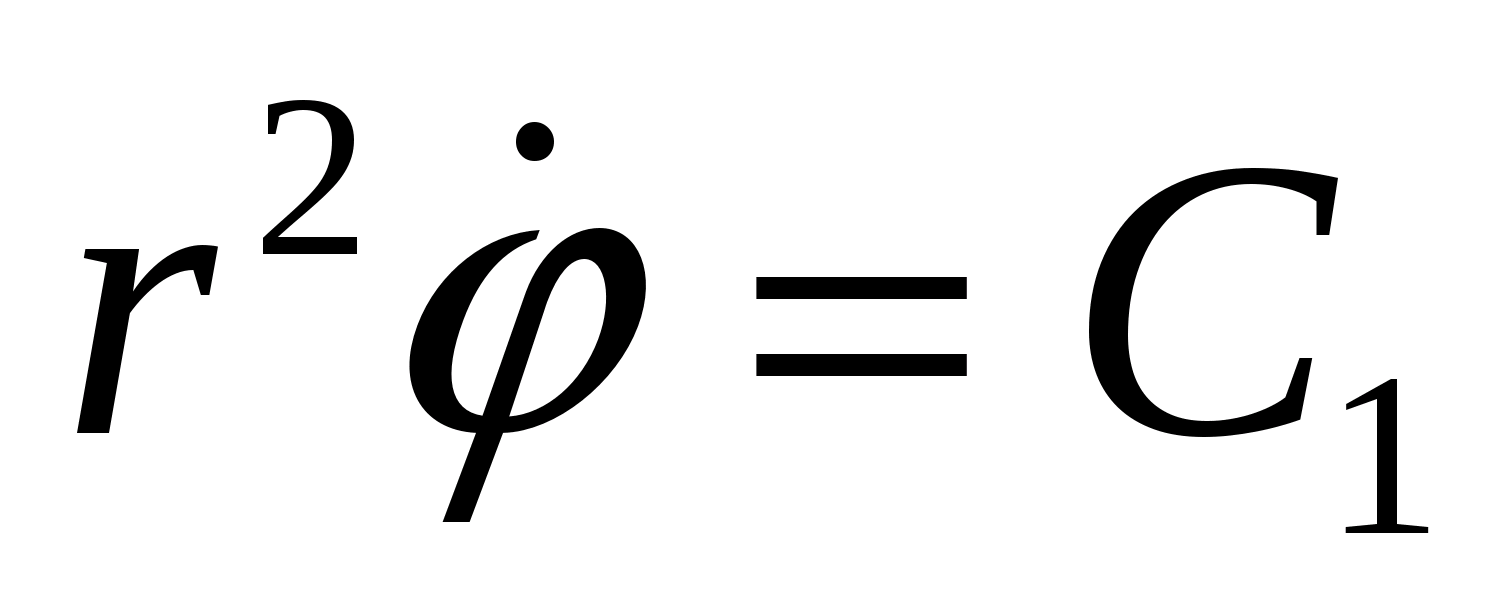


 (1.8)

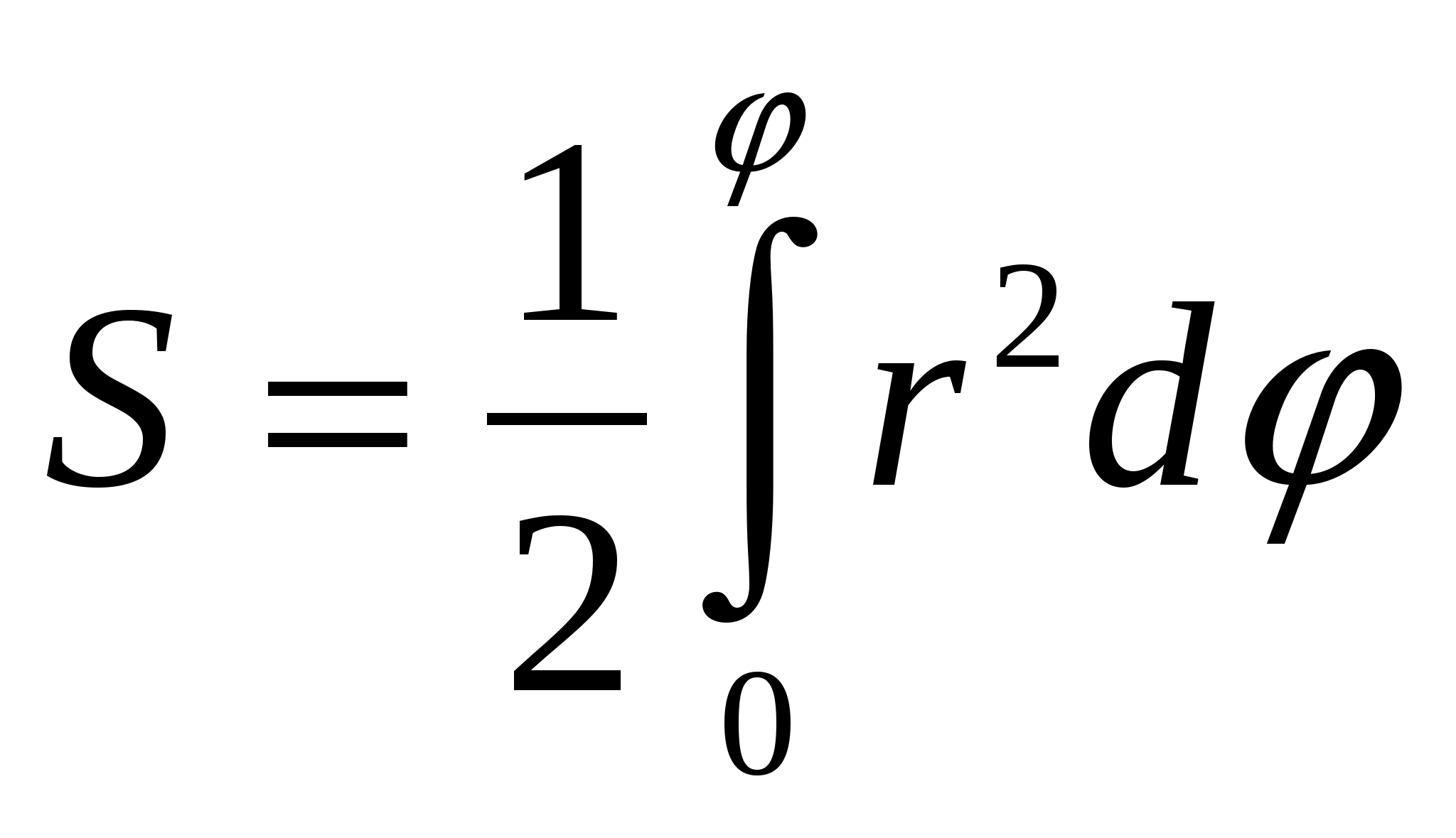
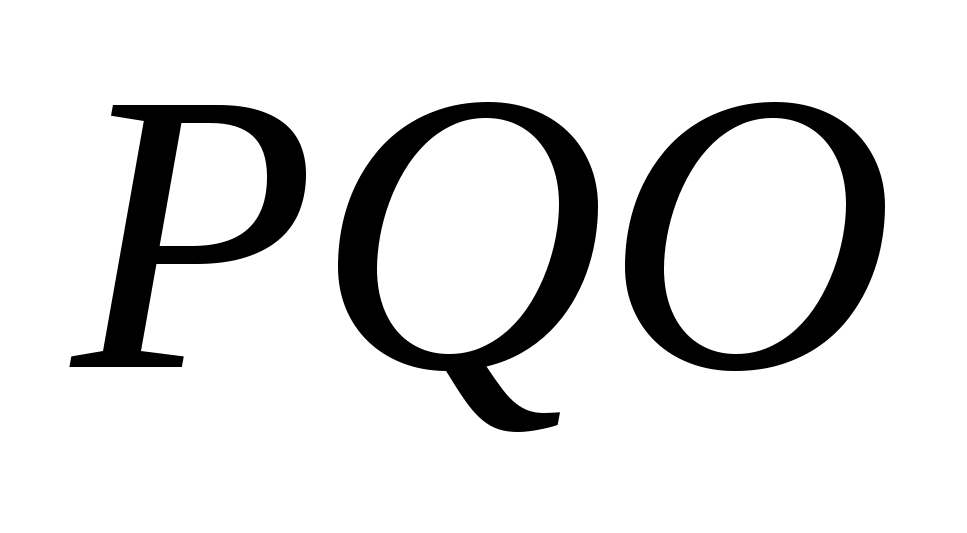
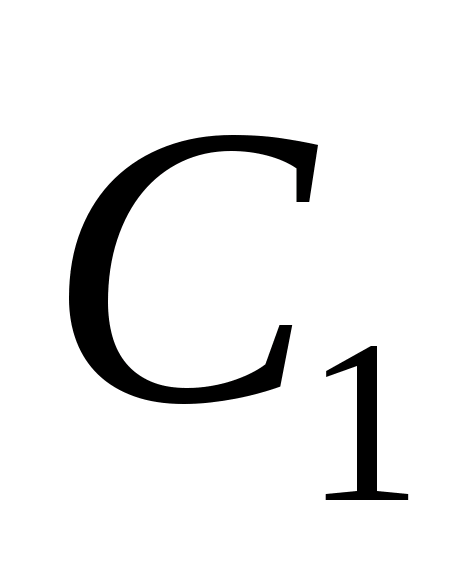


Звідки маємо

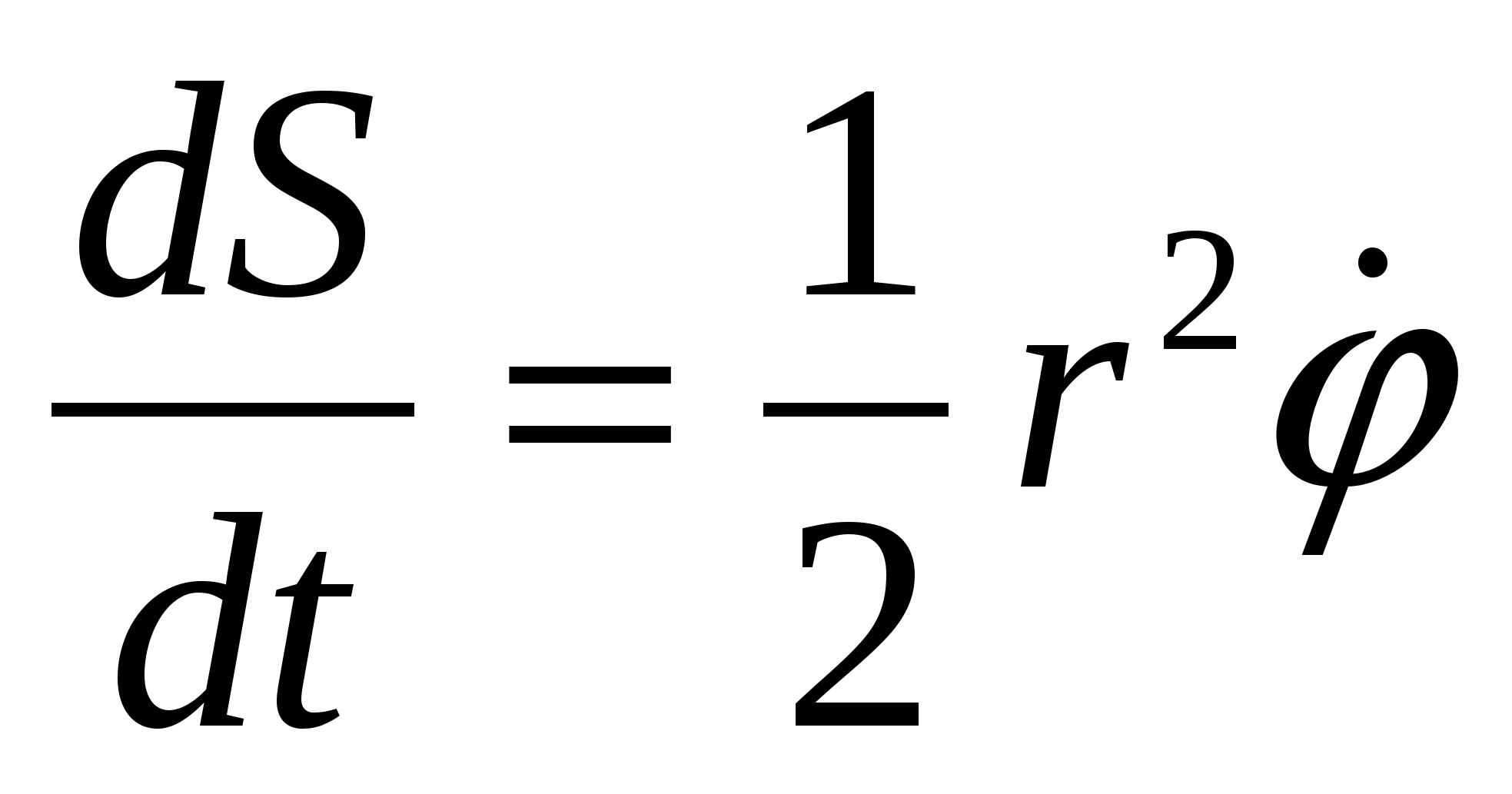
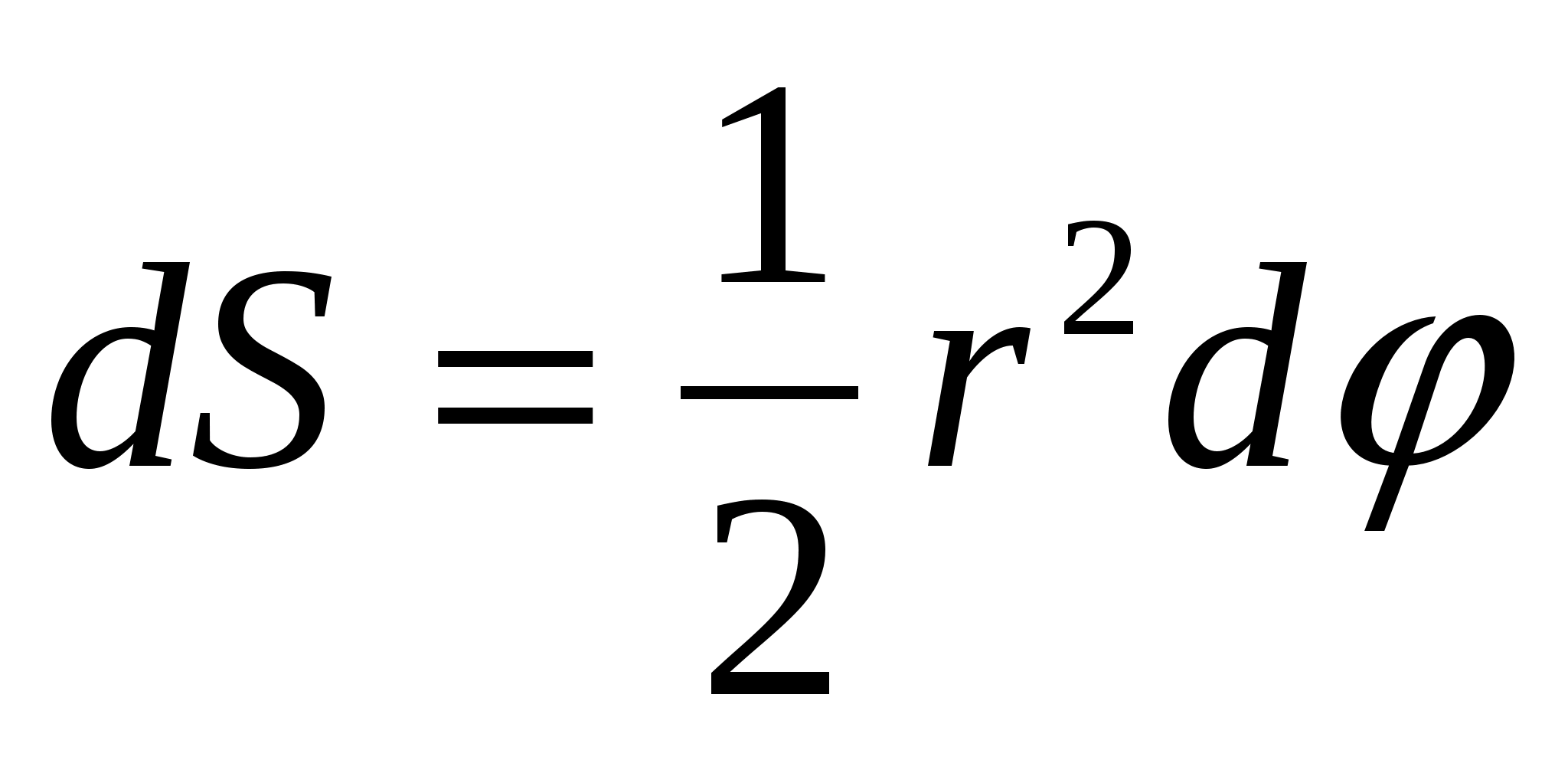
 (1.9)



Константа  має цікаву геометричну інтерпретацію. З курсу математичного аналізу відомо, що площа сектора обчислюється за формулою



,або



Останній вираз означає секторну швидкість. З (1.9) випливає, що вона є постійною. Це означає, що радіус-вектор “замітає” за рівні проміжки часу рівні площі.

***1-ий закон Кеплера***: кожна із планет рухається по плоскій кривій відносно Сонця так, що радіус-вектор, який зв’язує Сонце і кожну з планет, “замітає” рівні площі за рівні проміжки часу.

Задачу Кощі (1.5)-(1.7) можна розв’язати. Розв’зок має еліпсоідальну форму, на основі цього робиться висновок:

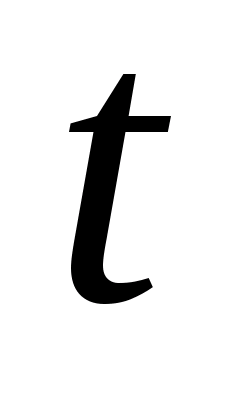
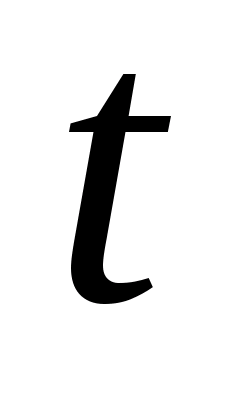
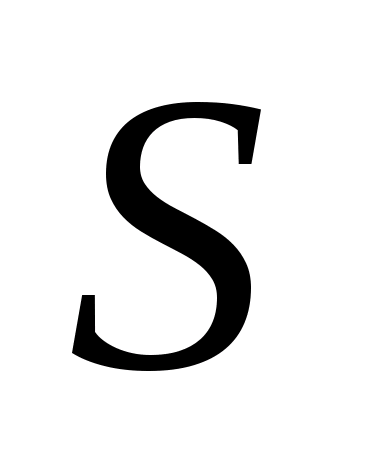
***2-ий закон Кеплера***: траєкторії планет рухаються по еліпсах, в одному з фокусів яких знаходиться Сонце.

З аналізу траєкторій випливає таке твердження:

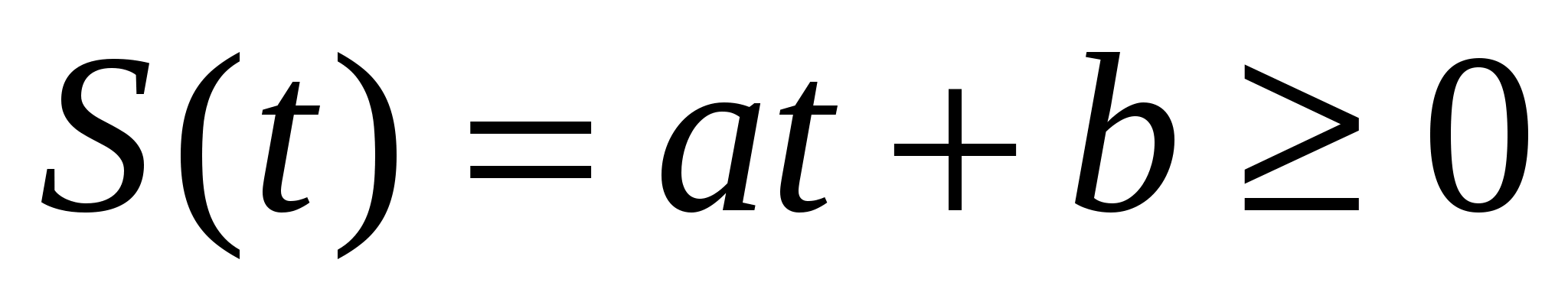
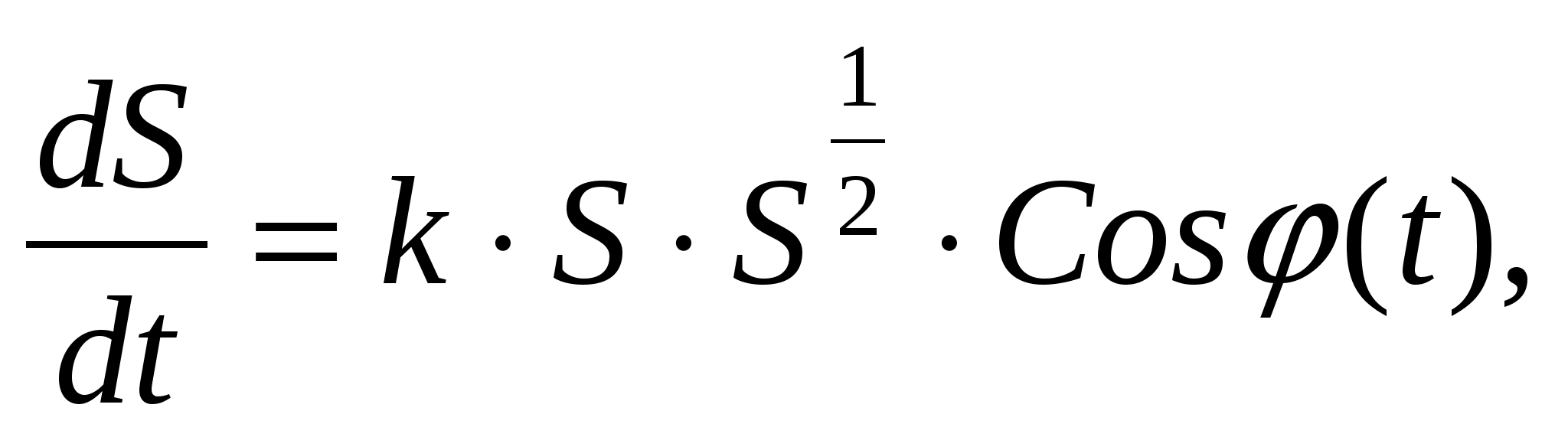
***3-ій закон Кеплера***: квадрати періодів обертання планет пропорційні кубам великих осей їх орбіт.

**Використання диференціальних рівнянь у біології**

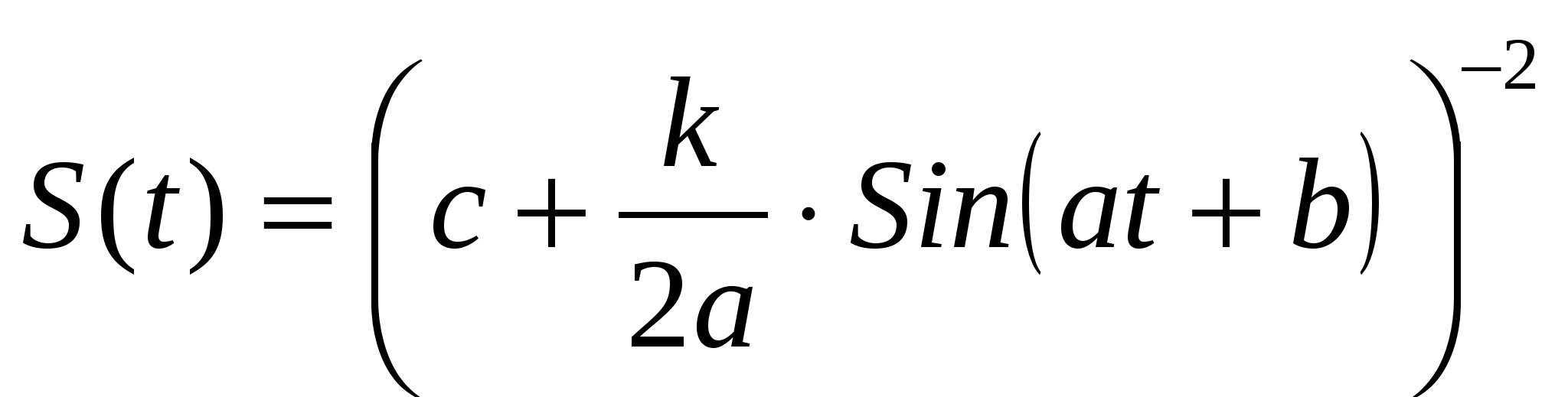
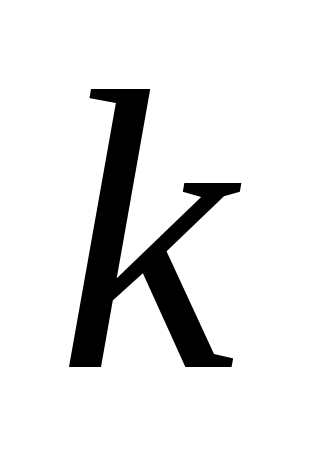
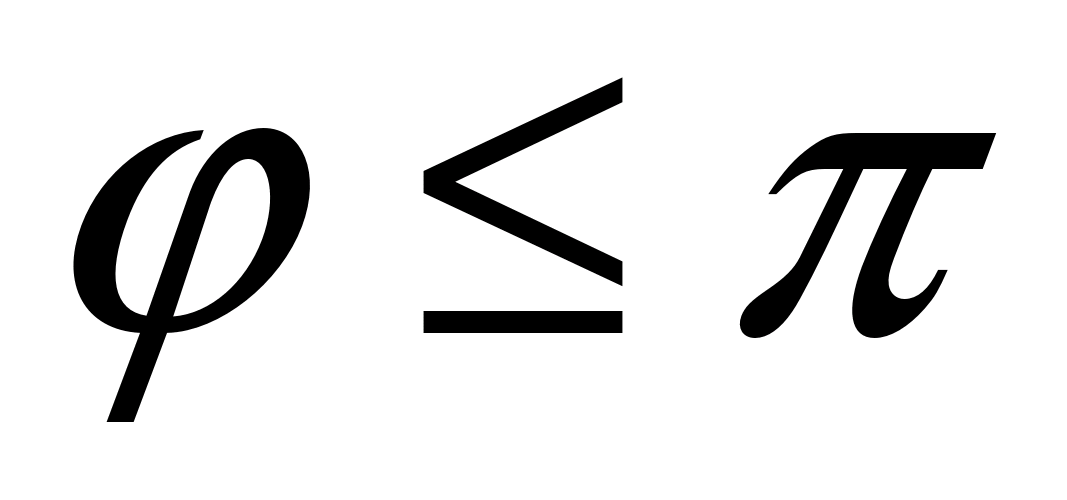
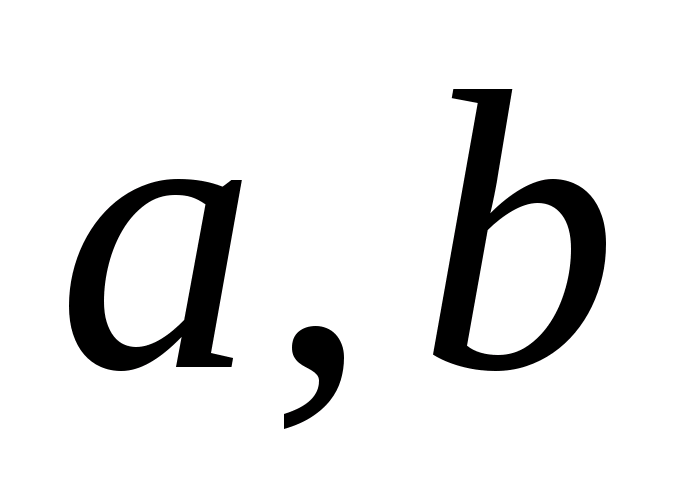
Необхідно знайти залежність площі  молодого листка, що має форму круга, від часу . Відомо, що швидкість зміни площі в момент  пропорційна площі листка, довжини його ободу та косинусу кута між падаючим на листок сонячним променем і верікаллю листка. Маємо модель:



 де  (2)



 – const**,**, – коефіцієнт пропорційності; розв’язуючи рівняння (2), ми отримаємо таку залежність:



Таким чином, диференційними рівняннями можна описати величезну кількість процесів з якими ми зустрічаємося не тільки при вивченні математики чи фізики, але й у повсякденному житті. Їхню роль у сучасному світі важко переоцінити, як і роль самої математики. Математичне моделювання і точні кількісні методи дослідження є запорукою науково-технологічного прогресу і кращого розуміння всіх процесів - від найпростіших до найскладніших. **Література:**

1. Васильченко І.П. Вища математика для економістів. Загальні розділи: Підручник. -–К.: Кондор, 2005. -–608 с.

2. Барковський В.В., Барковська Н.В. Вища математика для економістів.- ЦУЛ, 2002. -–456 с.

3. Економічна енциклопедія: У трьох томах. Т. 1. / Редкол.: С. В. Мочерний (відп.ред.) та ін. -–К.: Видавничий центр "«Академія"» 2000. -–864 с.

4. Гой Т. П. Диференцiальнi рiвняння : навчальний посiбник / Т. П. Гой, О.

В. Махней. – Iвано-Франкiвськ : Сiмик, 2012. – 352 с

5. Інтернет-ресурс [http://hypertextbook.com/eworld/packages/]

.